

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 7

# UGA-128(A)

B.A. (Part-II) Due 1st Year Examination, 2021

## MATHEMATICS

Paper - II

(Calculus)

Time : 1½ Hours ]

[ Maximum Marks : 66

### Section-A

(Marks : 1 × 10 = 10)

**Note :-** Answer all *ten* questions (Answer limit **50** words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

**नोट :-** सभी **दस** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **50** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।

### Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **12** marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **12** अंक का है।

BI-1353

( 1 )

UGA-128(A) P.T.O.

## Section–A

(खण्ड–अ)

1. Define :

परिभाषा लिखिए :

- (i) Pedal equation  
पदिक समीकरण
- (ii) Asymptote  
अनन्तस्पर्शी
- (iii) Euler's theorem on homogeneous functions  
समघात फलनों के लिए आयलर प्रमेय।
- (iv) Jacobian  
जेकोबियन
- (v) Node  
नोड
- (vi) Point of inflexion  
गति-परिवर्तन बिन्दु
- (vii) Beta function  
बीटा फलन
- (viii) Double integral  
द्वि-समाकल
- (ix) Rectification  
चाप कलन
- (x) Surface of Revolution  
परिक्रमण से प्राप्त सतह

**Section-B**

(खण्ड-ब)

2. Find the pedal equation of the following curve :

निम्नलिखित वक्र का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

*Or*

(अथवा)

Find the envelope of the family of straight line :

$$x \cos t + y \sin t = a + a \cos t \log \tan \left( \frac{t}{2} \right)$$

where  $t$  is the parameter.

सरल रेखा :

$$x \cos t + y \sin t = a + a \cos t \log \tan \left( \frac{t}{2} \right)$$

के कुल का अन्वालोप प्राप्त कीजिए, जहाँ ' $t$ ' प्राचल है।

3. If (यदि) :

$$u = x^2 \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) - y^2 \tan^{-1} \left( \frac{x}{y} \right)$$

then find (ज्ञात कीजिए) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

*Or*

(अथवा)

If (यदि) :

$$x + y + z = u$$

$$y + z = uv$$

$$z = uvw$$

then show that (तो दिखाइये कि) :

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2 v$$

4. Examine the position and nature of double point of the curve :

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$$

वक्र  $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$  के द्विक बिन्दु की स्थिति एवं प्रकृति का परीक्षण कीजिए।

*Or*

(अथवा)

Find the points where the function  $x^3 + y^3 - 3axy$  has max. or min. value.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ फलन  $x^3 + y^3 - 3axy$  का मान उच्चतम या न्यूनतम है।

5. Show that (दिखाइये कि) :

$$\int_0^\infty e^{-ax} \sin bx x^{n-1} dx = \frac{\sqrt{(n)}}{(a^2 + b^2)^{n/2}} \sin n\theta$$

*Or*

(अथवा)

Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) :

$$\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$$

where R is the region of the positive quadrant of  $x + y \leq 1$ .

जहाँ क्षेत्र R,  $x + y \leq 1$  का धनात्मक पाद है।

6. Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) :

$$\iiint_V x^2 dx dy dz,$$

taken throughout the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$$

जहाँ समाकलन का क्षेत्र  $V_1$  सम्पूर्ण दीर्घवृत्तज है

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$$

*Or*

(अथवा)

Find the area common to the following curves :

निम्नलिखित वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$r = a\sqrt{2}, \quad r = 2a \cos \theta$$

**Section-C**

(खण्ड-स)

7. (i) Find the asymptotes of the following curve :

निम्नलिखित वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$4(x^4 + y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2 - 2) = 0$$

(ii) Find the radius of curvature at the point  $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$  on the curve

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

वक्र  $x^3 + y^3 = 3axy$  के बिन्दु  $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$  पर वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

8. If (यदि) :

$$u = \sin^{-1} \left( \frac{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4}}{\frac{1}{y^5} + \frac{1}{y^5}} \right)$$

then prove that ( तो सिद्ध कीजिए कि ) :

$$\frac{x \partial u}{\partial x} + \frac{y \partial u}{\partial y} = \frac{1}{20} \tan u$$

9. In a  $\Delta ABC$ , find the maxima and minima of :

$\Delta ABC$  में उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए :

$$u = \sin A \sin B \sin C, \text{ where } A + B + C = \pi$$

10. Show that (दिखाइये)।

$$\int_0^\pi \frac{\log(1 + a \cos x)}{\cos x} dx = \pi \sin^{-1} a, |a| < 1$$

11. (i) Find the whole length of the curve given as below :

निम्न वक्र की सम्पूर्ण लंबाई ज्ञात कीजिए :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), -\pi \leq \theta \leq \pi$$

- (ii) Find the surface area of the solid generated by the revolution of an arc of cycloid about its base :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$$

निम्न वक्रज के एक चाप द्वारा अपने आधार के परितः परिक्रमण से जनित घनाकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$$